

Cours

=====

Le but de ce module est de donner aux étudiants une base solide en calcul numérique centrée sur l'intégration d'équations différentielles ordinaires (EDO) ou dérivées partielles (EDP)). Les notions essentielles leur permettant d'établir les schémas numériques adaptés aux problèmes physiques étudiés, en étudier leurs stabilités et enfin « d'implémenter » sous forme d'un programme informatique les méthodes employées, seront présentées en détails.

Le contenu de ce cours peut être divisé en quatre parties. Dans la première partie, les notions de bases de l'analyse numérique essentielles pour la suite du cours sont présentées. Ensuite, l'étude des méthodes numériques utilisées pour la résolution des EDOs est abordée en insistant notamment sur l'analyse de stabilité des schémas numériques. L'intégration numérique des EDP peut alors être étudiée, également en insistant sur les aspects concernant la stabilité numérique. Enfin, les étudiants sont confrontés dans la dernière partie de ce cours à des problèmes concrets qu'ils doivent résoudre en TP (où ils sont assistés par les encadrants) ou sous forme de projets. Ils exploreront notamment les types d'équation différentielles classiques de la physique mathématique. L'accent sera notamment mis sur les diverses problèmes (ex. de stabilité) numériques rencontrés et leurs solutions.

=====

Notions de bases

=====

Sources d'erreurs

- . Représentation des nombres en machine
- . Opérations flottantes
- . Erreur d'arrondi (norme IEE)

Interpolation

- . Lagrange
- . Splines

Intégration numérique

- . Quadrature de Newton-Cotes (trapèzes, Simpson, ...)
- . Extrapolation de Richardson: cas de l'accélération de Romberg

Résolution de système linéaires

- . Méthodes directes: Gauss-Jordan, décomposition LU, singular Values Décomposition,
- . Méthode itérative : Jacobi, Gauss-Seidel,

Transformées de Fourier

- . TF Discrètes
- . Algorithmes rapides (FFT)

Différences finies

- . Erreur de troncature d'un schéma
- . Erreur d'arrondi (pas limite)
- . Construction d'un schéma

=====
équation différentielles ordinaires
=====

- . Méthode à 1 pas: Euler, Runge-Kutta, Taylor, Cranck-Nicolson
- . Méthode multi-pas: analyse de stabilité (zéro-stabilité, stabilité absolue)

=====
équation différentielles partielles
=====

- . étude de stabilité des schémas numériques (analyse de Von Neumann)
- . Précision, erreur de troncature, convergence
- . Méthodes aux différences finies
- . Méthodes spectrales

=====
Applications (TP, projets)
=====

- . équation de Poisson : 1D, 2D (méthode spectrale)
- . équation d'advection-diffusion : 1D, 2D sous conditions aux limites de Dirichlet et/ou Neumann
- . équation d'onde : 1D, 2D avec les méthodes de Lax et Cranck-Nicholson
- . équation de Navier-Stokes
- . équations de la MHD